Løsningsforslag

Matematikk 2P-Y Vår 2025

Fagkode MAT1151 · 2025-05-19 · 44 poeng totalt

Karakter	2	3	4	5	6
Minst poeng	9	18	25	33	41

Veiledende karaktergrenser fra Udirs sensorveiledning. Løsningsforslaget er utarbeidet av Eksamen AI og er ikke en offisiell fasit. Vi tar forbehold om eventuelle feil. Oppdager du noe, eller har tilbakemeldinger? Meld gjerne fra til hei@eksamen.ai.

Bruk sammen med eksamensoppgaven fra Udir.

Del 1

Uten hjelpemidler (18 poeng)

Oppgave 1

1 poeng

Løsning

1. Sett opp sammenhengen

3 elever utgjør 12 % (100 % − 88 %).

12 % → 3 elever

1 % → 0,25 elever

100 % → 25 elever

Svar:

Det er 25 elever i klassen.

Oppgave 2

4 poeng

Løsning

1. a) Median og gjennomsnitt

Sortert: 2, 2, 3, 4, 4, 6, 6, 7, 8, 8

Median: $\frac{4+6}{2} = 5$

Gjennomsnitt: $\frac{2+2+3+4+4+6+6+7+8+8}{10} = \frac{50}{10} = 5$

2. b) Kumulativ frekvens

Vi teller antall vogner med 6 eller færre personer.

≤ 6 personer: 2, 2, 3, 4, 4, 6, 6 → 7 vogner

Den kumulative frekvensen for 6 er 7. Det betyr at 7 av de 10 vognene som kjørte forbi, hadde 6 eller færre personer.

Svar:

a) Medianen er 5 personer, og gjennomsnittet er 5 personer per vogn.

b) Den kumulative frekvensen for 6 er 7, som betyr at 7 av 10 vogner hadde 6 eller færre personer.

Oppgave 3

2 poeng

Løsning

1. 1) Pris ved 20 elever

Vi finner konstanten $k = x \cdot y$ fra et punkt på grafen.

$k = 2 \cdot 4000 = 8000$

$f(20) = \frac{8000}{20} = 400$ kr

2. 2) Funksjonsuttrykk

$f(x) = \frac{8000}{x}$

Svar:

1) Hver elev må betale 400 kroner dersom 20 elever blir med.

2) $f(x) = \frac{8000}{x}$.

Oppgave 4

1 poeng

Løsning

1. Beregn prosentvis framgang

Begge har økt med 4 prosentpoeng, men prosentvis framgang er relativ til utgangspunktet.

FrP: $\frac{4}{16} \cdot 100 = 25\ \%$

Høyre: $\frac{4}{24} \cdot 100 \approx 16{,}7\ \%$

Fremskrittspartiet har hatt størst prosentvis framgang (25 %).

Svar:

Fremskrittspartiet har hatt størst prosentvis framgang: $\frac{4}{16} = 25\ \%$ mot Høyres $\frac{4}{24} \approx 16{,}7\ \%$. FrP har størst framgang fordi de hadde lavest utgangspunkt.

Oppgave 5

1 poeng

Løsning

1. Gjør første ledd størst mulig

Eksponenten betyr mest. Vi gir derfor første ledd den største eksponenten, 9, og det største tallet som er igjen, 8, foran.

$8 \times 10^9 = 8\ 000\ 000\ 000$

2. Gjør andre ledd minst mulig

Av tallene som er igjen, sammenlikner vi de minste mulighetene: $1 \times 10^2 = 100$ og $2 \times 10^1 = 20$. Det minste leddet er 2×10^1.

$8 \times 10^9 - 2 \times 10^1 = 8\ 000\ 000\ 000 - 20 = 7\ 999\ 999\ 980$

Svar:

Vi fyller inn $8 \times 10^9 - 2 \times 10^1$. Da blir svaret størst mulig, nemlig 7 999 999 980.

Oppgave 6

3 poeng

Løsning

1. Analyser mønsteret

Vi teller hvite og grønne kvadrater i de tre figurene og finner et mønster.

Hvite: $H(1)=1$, $H(2)=4$, $H(3)=7 \rightarrow H(n) = 3n - 2$

Grønne: $G(1)=8$, $G(2)=16$, $G(3)=28$

2. a) Grønne i figur 5

$G(5) = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 5 + 4 = 64$ grønne kvadrater

3. b) og c) Formler

$H(n) = 3n - 2$

$G(n) = 2n^2 + 2n + 4$

Svar:

a) Figur 5 har 64 små grønne kvadrater.

b) Antallet hvite kvadrater i figur n er $H(n) = 3n - 2$.

c) Antallet grønne kvadrater i figur n er $G(n) = 2n^2 + 2n + 4$.

Oppgave 7

4 poeng

Løsning

1. Gjennomsnitt

Vi bruker midtpunktet i hvert intervall (antakelse: jevn fordeling innenfor intervallene).

$$\frac{18 \cdot 20 + 30 \cdot 40 + 50 \cdot 30 + 75 \cdot 10}{100} = \frac{3810}{100} = 38{,}1$$

Gjennomsnitt ≈ 38 år. ✓

2. Median

Medianen ligger mellom person nr. 50 og nr. 51. De 20 første er i [16, 20), så medianen er person nr. 30 av de 40 i [20, 40).

$$\text{Median} \approx 20 + \left(\frac{30}{40}\right) \cdot 20 = 20 + 15 = 35$$

Median ≈ 35 år. ✓

3. Antakelse

Antakelsen er at alderen er jevnt fordelt innenfor hvert intervall, slik at midtpunktet representerer gjennomsnittet i gruppen.

Svar:

Gjennomsnitt ≈ 38,1 år og median ≈ 35 år. Antakelsen er at alderen er jevnt fordelt innenfor hvert intervall.

Oppgave 8

2 poeng

Løsning

1. Formål

Sofie ønsker å finne ut når matsvinnet er halvert (fra 160 kg til 80 kg) dersom familien reduserer matsvinnet med 13 % hvert år (vekstfaktor 0,87).

2. Tolkning av utskriften

2030 forteller at målet om å halvere matsvinnet nås i 2030. 79,75 kg er matsvinnet da, som er under 80 kg (halvparten av 160 kg). Med 13 % årlig reduksjon vil familien halvere matsvinnet i løpet av 5 år.

Svar:

Sofie ønsker å finne ut hvilket år familiens matsvinn på 160 kg er halvert, hvis matsvinnet reduseres med 13 % per år. Utskriften forteller at målet nås i 2030, og at matsvinnet da er ca. 79,7 kg, altså under halvparten av 160 kg.

Del 2

Med hjelpemidler (26 poeng)

Oppgave 1

7 poeng

Løsning

1. a) Tolkning

Modellen viser at utslippet fra den ene prosessen (5000 tonn) reduseres med 5 % per år (vekstfaktor 0,95). Utslippet fra den andre prosessen (1000 tonn) forblir konstant.

2. b) Halvering av utslippet

Startverdien er U(0) = 6000. Vi løser U(x) = 3000.

CAS: $5000 \cdot 0{,}95^{x} + 1000 = 3000$

NLøs: $x \approx 17{,}9$

Det vil ta ca. 18 år å halvere det årlige utslippet.

3. c) Etter 10 år

$U(10) = 5000 \cdot 0{,}95^{10} + 1000 \approx 3994$

Reduksjon: $\frac{6000 - 3994}{6000} \approx 0{,}334 = 33{,}4\ \%$

Utslippet er redusert med ca. 33,4 % etter 10 år.

4. d) Stigningstall

$U(0) = 6000$

$U(30) = 5000 \cdot 0{,}95^{30} + 1000 \approx 2073$

Stigningstall $= \frac{2073 - 6000}{30} \approx -131$

Stigningstallet er ca. −131. Det betyr at utslippet i gjennomsnitt minker med ca. 131 tonn per år de første 30 årene.

5. e) Kan kravet oppfylles?

Leddet $5000 \cdot 0{,}95^x$ blir mindre og mindre, men aldri negativt. Derfor blir U(x) alltid større enn 1000. Tegner vi grafen sammen med linja y = 800, ser vi at grafen nærmer seg y = 1000 og aldri skjærer y = 800.

Nei, kravet om 800 tonn per år kan ikke oppfylles ifølge modellen, fordi utslippet aldri blir lavere enn 1000 tonn per år.

Svar:

a) Modellen forteller at utslippet fra prosessen som slipper ut 5000 tonn skal reduseres med 5 % per år, mens utslippet fra prosessen som slipper ut 1000 tonn ikke endres.

b) Ifølge modellen tar det ca. 18 år før det årlige utslippet er halvert.

c) Etter 10 år er det årlige utslippet redusert med ca. 33,4 %.

d) Stigningstallet er ca. −131, altså minker utslippet med ca. 131 tonn per år i gjennomsnitt de første 30 årene.

e) Nei, ifølge modellen kan kravet ikke oppfylles, fordi utslippet aldri blir lavere enn 1000 tonn per år.

Oppgave 2

2 poeng

Løsning

1. Beregn

Vi konverterer til samme enhet og deler.

825 m = 825 000 mm

$$\frac{825\,000}{1{,}7} \approx 485\,294 \approx 4{,}85 \cdot 10^5$$

Svar:

Det trengs omtrent $4{,}85 \cdot 10^5$ kronestykker.

Oppgave 3

3 poeng

Løsning

1. a) Medianen

Sortert: 5, 5, 12, 14, 28, 30, 40, 42, 67, 70. Nå er medianen gjennomsnittet av de to midterste tallene. Med 11 personer blir medianen den 6. verdien.

Median nå: $\frac{28 + 30}{2} = 29$

Ny person 29 år: 5, 5, 12, 14, 28, 29, 30, 40, 42, 67, 70 → median 29

Ny person 28 år eller yngre → median 28

Ny person 30 år eller eldre → median 30

Påstanden er ikke riktig. Er den nye personen nøyaktig 29 år, blir medianen fortsatt 29 år.

2. b) Gjennomsnitt 30

Sum nå: $5 + 5 + 12 + 14 + 28 + 30 + 40 + 42 + 67 + 70 = 313$

Sum med 11 personer: $30 \cdot 11 = 330$

$x = 330 - 313 = 17$

Ja, hvis den nye personen er 17 år, blir gjennomsnittsalderen 30 år.

Svar:

a) Påstanden er ikke riktig. Hvis den nye personen er 29 år, blir medianen fortsatt 29 år. Bare hvis personen er yngre enn 29 eller eldre enn 29 år, endres medianen.

b) Påstanden er riktig. Hvis den nye personen er 17 år, blir gjennomsnittsalderen $\frac{313 + 17}{11} = 30$ år.

Oppgave 4

2 poeng

Løsning

1. Beregn proporsjonale priser

Pris per ml: $\frac{114}{600} = 0{,}19$ kr/ml.

4 liter = 4000 ml: $0{,}19 \cdot 4000 = 760$ kr

100 ml: $0{,}19 \cdot 100 = 19$ kr

Svar:

Den store kannen (4 liter) skulle ha kostet 760 kr, og den lille sprayflasken (100 ml) skulle ha kostet 19 kr.

Oppgave 5

3 poeng

Løsning

1. a) Modell

Startlengde: 800 cm (8 m). Mållengde: 4000 cm (40 m) etter 25 uker.

Økning per uke: $\frac{4000 - 800}{25} = 128$ cm

$L(x) = 128x + 800$ (cm) eller $L(x) = 1{,}28x + 8$ (m)

2. b) 17 meter = 1700 cm

$128x + 800 = 1700$

$128x = 900$

$x = \frac{900}{128} \approx 7{,}03$

Skjerfet er 17 meter langt etter ca. 7 uker.

Svar:

a) Modellen $L(x) = 128x + 800$ gir lengden av skjerfet i centimeter etter x uker (i meter: $L(x) = 1{,}28x + 8$).

b) Ifølge modellen er skjerfet 17 meter langt etter litt over 7 uker.

Oppgave 6

5 poeng

Løsning

1. a) Verifiser modellen

Vi sjekker at bestanden halveres hvert 5. år ved å beregne $0{,}87^5$.

$0{,}87^5 \approx 0{,}498 \approx 0{,}5$

$F(5) = 12\,000 \cdot 0{,}87^5 \approx 5981 \approx 6000$ (halvering ✓)

$F(10) = 12\,000 \cdot 0{,}87^{10} \approx 2981 \approx 3000$ (ny halvering ✓)

2. b) Etter 7 år

$F(7) = 12\,000 \cdot 0{,}87^7 \approx 4527$

Bestanden vil være ca. 4527 fugler etter 7 år.

3. c) Redusert med 35 %

35 % reduksjon betyr at 65 % gjenstår.

$12\,000 \cdot 0{,}87^x = 12\,000 \cdot 0{,}65$

$0{,}87^x = 0{,}65$

$x \approx 3{,}1$ år

Bestanden er redusert med 35 % etter ca. 3,1 år.

Svar:

a) Siden $0{,}87^5 \approx 0{,}50$, halveres bestanden omtrent hvert femte år, og F er en god modell.

b) Ifølge modellen er det ca. 4527 fugler i bestanden etter 7 år.

c) Ifølge modellen går det litt over 3 år før bestanden er redusert med 35 %.

Oppgave 7

4 poeng

Løsning

1. Prosentvise endringer 1983 → 2023

Fødte: $\frac{51\,980 - 49\,937}{49\,937} \approx +4{,}1\ \%$

Døde: $\frac{43\,803 - 42\,224}{42\,224} \approx +3{,}7\ \%$

Fruktbarhetstall: $\frac{1{,}40 - 1{,}66}{1{,}66} \approx -15{,}7\ \%$

Fødselsrate: $\frac{9{,}4 - 12{,}1}{12{,}1} \approx -22{,}3\ \%$

Dødsrate: $\frac{7{,}9 - 10{,}2}{10{,}2} \approx -22{,}5\ \%$

2. Hovedfunn

Fødselsrate og dødsrate har begge sunket markant (ca. −22 %). Samlet fruktbarhetstall har falt fra 1,66 til 1,40 (−15,7 %), med det meste av nedgangen etter 2013. Selv om antall fødte har økt svakt, har fødselsraten falt på grunn av befolkningsvekst.

Svar:

Fruktbarhetstallet har falt 15,7 % fra 1983 til 2023. Fødselsraten har sunket 22,3 % og dødsraten 22,5 %. Antall fødte har likevel økt svakt (+4,1 %) på grunn av befolkningsvekst. Den største nedgangen i fruktbarhetstall skjedde mellom 2013 og 2023.

© Eksamen AI · eksamen.ai · Løsningsforslag Matematikk 2P-Y Vår 2025