Løsningsforslag

Matematikk 2P-Y Høst 2025

Fagkode MAT1151 · 2025-11-25 · 44 poeng totalt

Karakter	2	3	4	5	6
Minst poeng	9	18	25	33	41

Veiledende karaktergrenser fra Udirs sensorveiledning. Løsningsforslaget er utarbeidet av Eksamen AI og er ikke en offisiell fasit. Vi tar forbehold om eventuelle feil. Oppdager du noe, eller har tilbakemeldinger? Meld gjerne fra til hei@eksamen.ai.

Bruk sammen med eksamensoppgaven fra Udir.

Del 1

Uten hjelpemidler (19 poeng)

Oppgave 1

1 poeng

Løsning

1. Beregn prosentvis økning

Vi finner prosentvis økning ved å dele endringen på opprinnelig pris.

$$\frac{315 - 300}{300} = \frac{15}{300} = 0{,}05 = 5\ \%$$

Svar:

Prisen settes opp med 5 %.

Oppgave 2

2 poeng

Løsning

1. Overslag og standardform

Et månedskort koster nesten 500 kroner, så vi bruker 500 i overslaget. Deretter ganger vi med antall studenter og antall kort per student, og skriver svaret som et tall mellom 1 og 10 ganget med en tierpotens.

$$40\,000 \cdot 500 \cdot 10 = 4 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 10 = 20 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^8 \text{ kr}$$

Svar:

Studentene betaler omtrent $2 \cdot 10^8$ kroner til sammen for kollektivtransport i løpet av et år.

Oppgave 3

2 poeng

Løsning

1. Beregn hvert tall

Vi gjør om alle tallene til desimaltall. Kvadratrøttene plasserer vi mellom to hele tall: Siden $1^2 = 1$ og $2^2 = 4$, ligger $\sqrt{2}$ mellom 1 og 2. Siden $8^2 = 64$ og $9^2 = 81$, ligger $\sqrt{80}$ mellom 8 og 9.

$$4^{-1} = 0{,}25$$

$$3 \cdot 10^{-1} = 0{,}3$$

$$2^0 = 1$$

$$1 < \sqrt{2} < 2$$

$$0{,}02 \cdot 10^2 = 2$$

$$8 < \sqrt{80} < 9$$

$$3^2 = 9$$

2. Sorter i stigende rekkefølge

Rekkefølgen blir $4^{-1} < 3 \cdot 10^{-1} < 2^0 < \sqrt{2} < 0{,}02 \cdot 10^2 < \sqrt{80} < 3^2$.

Svar:

I stigende rekkefølge er tallene 4^{-1}, $3 \cdot 10^{-1}$, 2^0, $\sqrt{2}$, $0{,}02 \cdot 10^2$, $\sqrt{80}$, 3^2.

Oppgave 4

5 poeng

Løsning

1. a) Vis at 5 vogner var tomme

Vi teller opp vognene som hadde passasjerer: 2 + 3 + 4 + 6 = 15 vogner. Resten av de 20 vognene må altså ha vært tomme: 20 − 15 = 5.

Stines påstand er riktig. 5 vogner var tomme.

2. b) Gjennomsnitt og median

Vi beregner gjennomsnittet ved å finne summen av alle personene og dele på antall vogner. For medianen sorterer vi alle 20 vognene etter antall personer.

Sum: $0 \cdot 5 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 0 + 2 + 6 + 12 + 24 = 44$.

Gjennomsnitt: $\frac{44}{20} = 2{,}2$.

Sortert: 0,0,0,0,0,1,1,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4. Medianen er gjennomsnittet av 10. og 11. verdi: $\frac{2+3}{2} = 2{,}5$.

Gjennomsnittet er 2,2 personer per vogn og medianen er 2,5 personer per vogn.

3. c) Kumulativ frekvens for 2 personer

Den kumulative frekvensen for 2 personer er antall vogner med 2 eller færre personer: 5 + 2 + 3 = 10 vogner.

Den kumulative frekvensen for 2 personer er 10. Det betyr at 10 av de 20 vognene hadde 2 eller færre personer, altså halvparten av vognene.

Svar:

a) 2 + 3 + 4 + 6 = 15 vogner hadde personer, så 20 − 15 = 5 vogner var tomme.

b) Gjennomsnittet er 2,2 personer per vogn og medianen er 2,5 personer per vogn.

c) Den kumulative frekvensen for 2 personer er 10. Det betyr at halvparten av vognene hadde 2 eller færre personer.

Oppgave 5

4 poeng

Løsning

1. a) Proporsjonale størrelser

Grafen til q er en rett linje som går gjennom origo. Derfor beskriver den proporsjonale størrelser. Vi velger det tydelige rutenettpunktet (4, 600). Ved å dele y-verdien på x-verdien finner vi hvor mye y øker for hver enhet x.

$$k = \frac{600}{4}$$

$$k = 150$$

$$q(x) = 150x$$

2. b) Omvendt proporsjonale størrelser

På grafen til r kan vi lese av punktene (3, 400) og (6, 200). Når x dobles, blir y halvert. Dette passer med omvendt proporsjonalitet. Vi kontrollerer at de to punktene gir samme produkt, og bruker produktet som konstant i funksjonsuttrykket.

$$k = 3 \cdot 400$$

$$k = 1200$$

Kontroll: $6 \cdot 200 = 1200$

$$r(x) = \frac{1200}{x}$$

Svar:

a) Grafen til q viser to proporsjonale størrelser, fordi den er en rett linje gjennom origo. Funksjonsuttrykket er $q(x) = 150x$.

b) Grafen til r viser to omvendt proporsjonale størrelser, fordi produktet av x og y er konstant. Funksjonsuttrykket er $r(x) = \frac{1200}{x}$.

Oppgave 6

5 poeng

Løsning

1. a) Figur 4 og 10

Figurene har 3, 5 og 7 pinner. Hver nye figur får 2 pinner mer enn den forrige. Figur n har derfor 2 pinner for hvert figurnummer pluss 1 ekstra pinne.

Figur 4: $2 \cdot 4 + 1 = 9$ pinner

Figur 10: $2 \cdot 10 + 1 = 21$ pinner

2. b) Formel

Antall pinner i figur n følger en aritmetisk rekke med $a_1 = 3$ og $d = 2$.

$$a_n = 2n + 1$$

3. c) Programtolkning

Variabelen figur starter på 3 og øker med 2 hver runde, altså antall pinner i neste figur. Variabelen total legger sammen pinnene i alle figurene som er laget, og n teller figurene. Løkka går så lenge total er høyst 1000, og stopper første gang totalen blir større enn 1000. Vivian vil finne ut hvor mange figurer hun kan lage dersom hun har 1000 pinner. Utskriften forteller at hun trenger 31 figurer for å bruke mer enn 1000 pinner, og at totalt antall pinner for 31 figurer er 1023. Hun kan altså lage 30 figurer dersom hun har 1000 pinner.

Svar:

a) Figur 4 har 9 pinner, og figur 10 har 21 pinner.

b) Antall pinner i figur n er gitt ved formelen $a_n = 2n + 1$.

c) Vivian vil finne ut hvor mange figurer hun kan lage med 1000 pinner. Utskriften viser at hun kan lage 30 figurer (31 figurer krever 1023 pinner, som er mer enn 1000).

Del 2

Med hjelpemidler (25 poeng)

Oppgave 1

6 poeng

Løsning

1. 💻 a) Utfør eksponentiell regresjon i GeoGebra

Slik gjør du i GeoGebra:

1. Åpne GeoGebra Classic og vis Regneark (Vis → Regneark)

2. Skriv overskrifter i rad 1: «Måneder etter februar» i A1 og «Omsetning (kr)» i B1

3. Skriv x-verdiene i A2:A6: 0, 1, 2, 3, 4 (der 0 = februar, 1 = mars osv.)

4. Skriv omsetningen i B2:B6: 1267, 1431, 1619, 1788, 2032

5. Marker tallcellene (A2:B6), klikk på diagramikonet (📊) og velg «Regresjonsanalyse», eller skriv RegEksp(A2:B6) i Algebra-feltet

Overskriftene gjør at leseren av skjermbildet forstår hva tallene betyr.

GeoGebra gir deg modellen på formen $f(x) = a \cdot b^x$.

Modellen blir $f(x) \approx 1271 \cdot 1{,}124^x$.

2. b) Månedlig økning

Vekstfaktoren i modellen er $b \approx 1{,}124$. Prosentvis økning per måned = $(b - 1) \cdot 100 = (1{,}124 - 1) \cdot 100 = 12{,}4$ %.

Omsetningen øker med ca. 12,4 % per måned ifølge modellen.

3. 💻 c) Løs likningen i GeoGebra CAS

Slik gjør du i GeoGebra:

1. Åpne CAS-visningen (Vis → CAS)

2. Definer modellen: $f(x) := 1271 * 1.124^x$

3. Skriv: Løs(f(x) = 20000, x)

Alternativt grafisk løsning:

1. Tegn f(x) i Grafikkfeltet

2. Tegn linjen y = 20000

3. Bruk kommandoen: Skjæring(f, y = 20000)

> CAS gir: $x \approx 23{,}6$
>
> 24 måneder etter februar 2025 → februar 2027.

Alex kommer til å nå målet ca. februar 2027 ifølge modellen.

4. 💻 d) Løs med CAS i GeoGebra

Fra juni til desember 2025 er det 6 måneder. Omsetningen i juni var 2032 kr. Vi kaller den ukjente månedlige vekstfaktoren for v og setter opp en likning.

I GeoGebra CAS:

1. Skriv: Løs($2032 * v^6 = 20000$, v)

2. CAS gir $v \approx 1{,}464$

3. Prosentvis økning = $(1{,}464 - 1) \cdot 100 \approx 46{,}4\ \%$

> $2032 \cdot v^6 = 20\,000$
>
> CAS: $v \approx 1{,}464$

Omsetningen måtte øke med over 46 % per måned etter juni 2025 for å nå 20 000 kr i desember 2025.

Svar:

a) Modellen er $f(x) \approx 1271 \cdot 1{,}124^x$.

b) Omsetningen øker med ca. 12,4 % per måned.

c) Alex kommer til å nå målet ca. februar 2027.

d) Omsetningen måtte øke med over 46 % per måned etter juni 2025 for å nå målet i desember 2025.

Oppgave 2

5 poeng

Løsning

1. 💻 a) Beregn statistiske mål i GeoGebra

Slik gjør du i GeoGebra:

1. Åpne Regneark (Vis → Regneark)

2. Skriv «Kommune» i A1 og «Innbyggere» i B1

3. Skriv kommunenavnene i A2:A11 og innbyggertallene i B2:B11

4. Marker innbyggertallene (B2:B11) og klikk diagramikonet (📊)

5. Velg «Analyse av én variabel»

Da får du median, gjennomsnitt og standardavvik direkte i statistikkvinduet.

Alternativt kan du skrive kommandoene Median(...), Gjennomsnitt(...) og Standardavvik(...) med tallene i CAS eller Algebra-feltet.

Variasjonsbredde beregnes manuelt: største − minste verdi.

Median: $\frac{124\,540 + 121\,679}{2} = 123\,110$

Gjennomsnitt: $\frac{2\,329\,927}{10} \approx 232\,993$

Standardavvik: ≈ 313 409

Variasjonsbredde: 1 098 061 − 55 684 = 1 042 377

Median: 123 110, gjennomsnitt: ca. 232 993, standardavvik: ca. 313 409, variasjonsbredde: 1 042 377.

2. b) Hvilket sentralmål er best?

Her er jeg mest enig med Kine. Oslo skiller seg kraftig ut med over en million innbyggere – langt over alle de andre på listen. En slik uteligger drar gjennomsnittet sterkt opp (ca. 233 000), slik at gjennomsnittet blir høyere enn innbyggertallet i åtte av de ti tettstedene. Medianen (123 110) påvirkes ikke av hvor stor uteliggeren er, og beskriver dermed det typiske tettstedet på listen bedre.

Kine har rett: Medianen er best egnet fordi uteliggeren Oslo drar gjennomsnittet kraftig opp, mens medianen ikke påvirkes av den.

3. c) Sammenligning med Danmark

Danmark har et litt høyere gjennomsnitt (235 549 vs. 232 993), en lavere median (67 832 vs. 123 110) og et høyere standardavvik (388 000 vs. 313 409). Den lave medianen og det høye standardavviket i Danmark tyder på at forskjellen mellom det største tettstedet (København) og de øvrige er enda større enn i Norge. København dominerer enda mer enn Oslo gjør.

Danmark har enda større spredning og skjevhet i innbyggertallet enn Norge, noe som tyder på at København dominerer enda sterkere enn Oslo.

Svar:

a) Median: 123 110, gjennomsnitt: ca. 232 993, standardavvik: ca. 313 409, variasjonsbredde: 1 042 377.

b) Kine har rett – medianen er best fordi Oslo som uteligger trekker gjennomsnittet kraftig opp.

c) Danmark har enda skjevere fordeling enn Norge. Den lave medianen og det høye standardavviket tyder på at København dominerer enda sterkere enn Oslo.

Oppgave 3

4 poeng

Løsning

1. 💻 Lag diagrammer i regneark/GeoGebra

Slik gjør du:

1. Åpne GeoGebra Regneark (eller Excel/Google Sheets)

2. Skriv «Aldersgruppe» i A1 og årene i B1:F1: 2020, 2021, 2022, 2023, 2024

3. Skriv aldersgruppene i A2:A6

4. Fyll inn tallene fra tabellen

5. Marker alle data og klikk diagramikonet

6. Velg «Linjediagram» for å vise trenden over tid

7. Lag et nytt «Gruppert stolpediagram» for å sammenligne aldersgrupper

Husk: Legg til overskrift, aksetitler og forklaringsboks (legend).

2. 💻 Beregn prosentvise endringer fra 2020 til 2024

Prosentvis endring finner du slik: trekk startverdien (2020) fra sluttverdien (2024), del differansen på startverdien og gang med 100.

I et regneark kan du legge inn en formel som gjør dette for alle aldersgruppene samtidig.

9–15 år: $\frac{245 - 180}{180} \cdot 100 \approx 36\ \%$

16–24 år: $\frac{440 - 318}{318} \cdot 100 \approx 38\ \%$

25–44 år: $\frac{338 - 245}{245} \cdot 100 \approx 38\ \%$

45–64 år: $\frac{260 - 177}{177} \cdot 100 \approx 47\ \%$

65–79 år: $\frac{127 - 60}{60} \cdot 100 \approx 112\ \%$

3. Oppsummering med to funn

Funn 1: Aldersgruppen 65–79 år har mer enn doblet sin daglige internettbruk fra 2020 til 2024 (økning på 112 %). Dette er den klart største prosentvise økningen.

Funn 2: Aldersgruppen 16–24 år bruker mest tid på internett i absolutte tall (440 minutter i 2024), men den eldste gruppen har hatt den største relative veksten.

Alle aldersgrupper har økt internettbruken. Størst prosentvis økning hos de eldste (65–79 år, +112 %). Mest absolutt tid hos de unge (16–24 år, 440 min/dag i 2024).

Svar:

Alle aldersgrupper har økt sin internettbruk fra 2020 til 2024.

Funn 1: De eldste (65–79 år) har mer enn doblet bruken sin (+112 %), den klart største prosentvise økningen.

Funn 2: De unge (16–24 år) bruker mest tid per dag (440 minutter i 2024), men de eldste har hatt den største relative veksten.

Oppgave 4

3 poeng

Løsning

1. Fatima – aksjefond

Verdien har steget med 36 % over 5 år.

$$100\,000 \cdot 1{,}36 = 136\,000 \text{ kr}$$

Fatima har 136 000 kroner.

2. 💻 Adrian – sparekonto (bruk CAS)

Adrian har hatt pengene på sparekonto med 5,7 % rente i 5 år.

I GeoGebra CAS:

1. Skriv: $100000 * 1.057^5$

2. GeoGebra gir svaret direkte.

$$100\,000 \cdot 1{,}057^5 \approx 131\,940 \text{ kr}$$

Adrian har ca. 131 940 kroner.

3. 💻 Vegard – aksjer (bruk CAS eller regneark)

Vi multipliserer med vekstfaktoren for hvert år.

I GeoGebra CAS:

1. Skriv: 100000 * 1.20 * 0.89 * 0.90 * 1.23 * 1.17

Alternativt i regneark:

1. Skriv overskriftene «År», «Vekstfaktor» og «Verdi (kr)» i A1, B1 og C1

2. Skriv «Start» i A2 og 100000 i C2

3. Skriv år 1–5 i A3:A7 og vekstfaktorene 1,20, 0,89, 0,90, 1,23 og 1,17 i B3:B7

4. Skriv =C2*B3 i C3 og kopier formelen ned til C7

100 000 · 1,20 · 0,89 · 0,90 · 1,23 · 1,17

`= 100 000 · 1,20 = 120 000`

120 000 · 0,89 = 106 800

106 800 · 0,90 = 96 120

96 120 · 1,23 = 118 228

118 228 · 1,17 ≈ 138 326 kr

Vegard har ca. 138 326 kroner.

Svar:

Ved starten av 2025 har Fatima 136 000 kroner, Adrian ca. 131 940 kroner og Vegard ca. 138 326 kroner. Vegard har mest penger.

Oppgave 5

5 poeng

Løsning

1. a) Nødvendige antagelser

Tabellen oppgir bare hvor mange personer som befinner seg i hvert aldersintervall – vi kjenner ikke enkeltaldrene. For å kunne regne sentralmål må vi derfor anta at personene fordeler seg jevnt utover intervallet. Da kan intervallets midtpunkt stå som gjennomsnittsalder for alle personene i gruppa, for eksempel 9 år for de 188 personene i [0, 18⟩.

2. 💻 b) Beregn gjennomsnittsalder i regneark

Slik gjør du i GeoGebra Regneark:

1. Skriv overskrifter i rad 1: «Alder» (A1), «Antall personer» (B1), «Klassemidtpunkt» (C1) og «Midtpunkt · antall» (D1)

2. Skriv aldersgruppene i A2:A7 slik de står i tabellen (for eksempel [0, 18⟩)

3. Skriv antall personer i B2:B7: 188, 347, 237, 103, 33, 15

4. Skriv klassemidtpunktene i C2:C7: 9, 34, 58,5, 73,5, 85, 95

5. Skriv =B2*C2 i D2 og kopier ned til D7

6. Skriv «Sum» i A8, =SUM(B2:B7) i B8 og =SUM(D2:D7) i D8

7. Skriv «Gjennomsnittsalder» i A9 og =D8⁄B8 i B9

Ta skjermbilde både med tall og med formler synlige. Med tekst i første kolonne og overskrifter forstår leseren hva hvert tall betyr.

Midtpunkter: 9, 34, 58,5, 73,5, 85, 95

$9 \cdot 188 + 34 \cdot 347 + 58{,}5 \cdot 237 + 73{,}5 \cdot 103 + 85 \cdot 33 + 95 \cdot 15$

$= 1\ 692 + 11\ 798 + 13\ 864{,}5 + 7\ 570{,}5 + 2\ 805 + 1\ 425$

$= 39\ 155$

Totalt antall: 188 + 347 + 237 + 103 + 33 + 15 = 923

Gjennomsnitt: $\frac{39\ 155}{923} \approx 42{,}4$ år

Gjennomsnittsalderen er ca. 42,4 år.

3. 💻 c) Andel eldre enn gjennomsnittsalderen

Gjennomsnittsalderen (42,4 år) ligger i intervallet [18, 50⟩. Vi antar jevn fordeling og interpolerer.

I GeoGebra CAS:

1. Skriv: $\frac{50 - 42.4}{50 - 18}$ * 347 for å finne antall personer i [18, 50⟩ som er eldre enn 42,4 år.

2. Legg til antall personer i alle intervaller over 50 år.

Andel av [18, 50⟩ som er eldre enn 42,4:

$$\frac{50 - 42{,}4}{50 - 18} \cdot 347 = \frac{7{,}6}{32} \cdot 347 \approx 82 \text{ personer}$$

Personer eldre enn 42,4 år:

$82 + 237 + 103 + 33 + 15 = 470$

Andel: $\frac{470}{923} \approx 0{,}509 = 50{,}9\ \%$

Ca. 51 % av befolkningen i Åseral kommune var eldre enn gjennomsnittsalderen.

Svar:

a) Vi antar at aldrene er jevnt fordelt innenfor hvert aldersintervall, slik at midtpunktet kan brukes som representativ verdi.

b) Gjennomsnittsalderen er ca. 42,4 år.

c) Ca. 51 % av befolkningen i Åseral kommune var eldre enn gjennomsnittsalderen.

Oppgave 6

2 poeng

Løsning

1. Nils – proporsjonalitet

Nei, Nils har ikke rett. Totalkostnaden inkluderer en fast pris for treet pluss pris per kule. Siden det er et fast beløp (treet), er ikke totalpris og antall kuler proporsjonale – grafen går ikke gjennom origo. Proporsjonalitet betyr at $y = kx$, altså at forholdet mellom størrelsene er konstant og at grafen er en rett linje gjennom origo.

2. Hanne – omvendt proporsjonalitet

Ja, Hanne har rett. Totalkostnaden er fast (tre + kuler = k). Beløpet per person = k/x, der x er antall som deler. Dette er omvendt proporsjonalitet fordi produktet av de to størrelsene er konstant ($x \cdot y = k$).

Svar:

Nils har ikke rett: Totalkostnad og antall kuler er ikke proporsjonale fordi prisen for treet er en fast kostnad ($y = ax + b$, ikke $y = ax$).

Hanne har rett: Beløpet per person er omvendt proporsjonalt med antall personer som deler utgiftene ($y = k/x$).

© Eksamen AI · eksamen.ai · Løsningsforslag Matematikk 2P-Y Høst 2025